امتحان درس نظریهٔ مجموعه‌ها، نیمسال دوم ۱۴۰۰/۱۴۰۱

توجه. امتحان به صورت شفاهی حضوری، از ساعت ۸ صبح در تاریخ مقرر در سامانهٔ گلستان برگزار خواهد شد. امتحان هر دانشجو حدود نیم ساعت الی ۴۵ دقیقه به طول خواهد انجامید. همه دانشجویان باید از ساعت ۸ آمادهٔ امتحان باشند زیرا ممکن است ترتیب برگزاری امتحان از دانشجویان به دلایلی تغییر کند.

نمرهٔ ۰ تا ۱۰

- اصول نظریهٔ مجموعه‌ها، مفاهیم اردینال و کاردینال
- استقراء فرامتناهی
- چرا خوش‌ترتیبی معادل عدم وجود دنبالهٔ نامتناهی نزولی در نظریهٔ مجموعه‌هاست؟
- اگر w_1, w_2 دو مجموعهٔ خوش‌ترتیب باشند، یکی بخش آغازین دیگری است، یا با هم برابرند.
- تعبیر توان اردینالها و توان کاردینالها

نمره ۱۰ تا ۱۲

- فرم نرمال کانتور و اثبات آن.
- چرا هر تابع نرمال دارای نقطهٔ ثابت است؟
- اصل انتظام، استقراء و بازگشتِ $\in$.
- اثبات لم زرن با استفاده از اصل انتخاب
- اثبات اصل انتخاب با استفاده از لم زرن
- اثبات اصل خوش‌ترتیبی
- بیان و اثبات قضیهٔ بازگشت
- اثبات قضیهٔ شرودر برنشتاین

نمره ۱۲ تا ۱۴

- اثبات این که $\aleph_\alpha.\aleph_\alpha = \aleph_\alpha$.
- مفهوم کاردینال منتظم و اثبات این که چرا $\aleph_{\alpha+1}$ منتظم است و مثال از کاردینالهای نامنتظم.
- مفهوم هم‌پایانی و کاردینالهای دست‌نیافتنی
- یک کاردینال β معرفی کنید که $\aleph_\beta = \beta$.
- چرا $\kappa < k^{cf(\kappa)}$؟

نمرهٔ ۱۴ تا ۱۶

- قضیهٔ فروریزش
- در صورتی که ZF بدون اصل انتظام سازگار باشد، ZF به همراه اصل انتظام هم سازگار است.
- قضیهٔ ناتمامیت دوم گودل

نمره ۱۶ تا ۱۸

- در صورتی که نظریهٔ مجموعه‌ها سازگار باشد، مدلی دارد که در آن فرضیهٔ پیوستار تعمیم یافته برقرار است.
- اگر ZF سازگار باشد، ZFC هم سازگار است.

نمره ۱۸ تا ۲۰

- با استفاده از روش فرسینگ نشان دهید که در صورتی که نظریهٔ مجموعه‌ها سازگار باشد، مدلی دارد که در آن نقیض فرضیهٔ پیوستار درست است.

پروژه

- صفحات ۲۰۱ تا ۲۲۰ کتاب مرجع.