

## تمرین نوبت دوم، مهلت تحویل ۹ آبان:

تمرین ۱. روی خط حقیقی توپولوژی فرشه را در نظر بگیرید.

الف. آیا این توپولوژی هاسدورف است؟

ب. دنباله  $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$  به چه نقاطی میل می کند؟

تمرین ۲. نشان دهید توپولوژی ترتیبی قاموسی  $\mathbb{R}^2$  از یک متریک ناشی می شود.

تمرین ۳. نشان دهید تابع  $f: X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و تنها اگر برای هر مجموعه بسته  $C \subseteq Y$  مجموعه  $f^{-1}(C) \subseteq X$  بسته باشد.

تمرین ۴. فرض کنید دنباله ای در  $X \times Y$  باشد. نشان دهید  $(a_n, b_n) \mapsto (a, b)$  اگر و تنها اگر  $a_n \mapsto a$  و  $b_n \mapsto b$ .

تمرین ۵. فرض کنید  $(\bar{a}_n)_{n \in \mathbb{N}}$  یک دنباله از اعضای  $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  باشد. آیا درست است که

$$(\bar{a}_n) \rightarrow \bar{a}$$

$$\bar{a}_n = (a_{n1}, a_{n2}, \dots)$$

$$\bar{a} = (a_1, a_2, \dots)$$

اگر و تنها اگر هر دنباله  $(a_{ni})_{i \in \mathbb{N}}$  به  $a_n$  میل کند؟

$$\bar{a}_1 = a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots$$

$$\bar{a}_2 = a_{21}, a_{22}, a_{23}, \dots$$

↓

$$\bar{a} = a_1, a_2, a_3, \dots$$