

تمرین سری سوم

تاریخ تحویل ۱۴ آبان ماه

مهلت تحویل تمرین، به هیچ عنوان تمدید نمی‌گردد.

۱. آیا مجموعه‌ی $\{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ فشرده است؟ (فقط با استفاده از تعریف)

۲. نشان دهید هر مجموعه‌ی متناهی فشرده است.

۳. فرض کنید $\{K_\alpha\}_{\alpha \in I}$ یک خانواده از مجموعه‌های فشرده باشد که هر تعداد متناهی آن‌ها با هم اشتراک

$$\text{دارند. نشان دهید } \bigcap_{\alpha \in I} K_\alpha \neq \emptyset.$$

۴. با استفاده از تعریف مجموعه‌های فشرده، نشان دهید $(0, 1)$ فشرده نیست.

۵. \mathbb{Q} ، یعنی مجموعه‌ی تمام اعداد گویا، را به عنوان یک فضای متریک با متر $d(p, q) = |p - q|$ در نظر

بگیرید. فرض کنید E مجموعه‌ی تمام p هایی در \mathbb{Q} باشد که $2 < p^2 < 3$. نشان دهید که E در

\mathbb{Q} بسته و کراندار است ولی فشرده نیست. آیا E در \mathbb{Q} باز است؟